



Universidad Nacional de Ingeniería (UNI)

Escuela Profesional de
Ciencia de la Computación
Sílabo 2027-I

1. CURSO

MA202. Métodos Numéricos (Obligatorio)

2. INFORMACIÓN GENERAL

2.1 Curso	: MA202. Métodos Numéricos
2.2 Semestre	: 4 ^{to} Semestre.
2.3 Créditos	: 3
2.4 Horas	: 2 HT; 2 HP;
2.5 Duración del periodo	: 16 semanas
2.6 Condición	: Obligatorio
2.7 Modalidad de aprendizaje	: Presencial
2.8 Prerrequisitos	: BMA103. Cálculo Integral. (2 ^{do} Sem)

3. PROFESORES

Atención previa coordinación con el profesor

4. INTRODUCCIÓN AL CURSO

Los métodos numéricos son una herramienta fundamental compartida por la informática y las disciplinas de ingeniería para aproximar soluciones a problemas matemáticos que no pueden resolverse analíticamente. Este curso proporciona una introducción a los métodos numéricos más comunes, incluyendo el análisis de errores, la solución de ecuaciones no lineales, la interpolación, la integración numérica y la solución de ecuaciones diferenciales, en contextos científicos y de ingeniería.

5. OBJETIVOS

- Comprender la importancia de los métodos numéricos en la resolución de problemas científicos y de ingeniería.
- Aplicar diferentes métodos numéricos para aproximar soluciones a problemas matemáticos.
- Analizar la precisión y eficiencia de los métodos numéricos utilizados.

6. RESULTADOS DEL ESTUDIANTE

AG-C08) Análisis de Problemas: Identifica, formula y analiza problemas complejos de computación. (Usage)

AG-C09) Diseño y Desarrollo de Soluciones: Diseña, implementa y evalúa soluciones para problemas complejos de computación. (Usage)

AG-C11) Uso de Herramientas: Aplica herramientas modernas de computación en la resolución de problemas. (Usage)

7. TEMAS

Unidad 1: Análisis de Errores y Aritmética de Punto Flotante (6 horas)	
Resultados esperados: AG-C08,AG-C11	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
- Representación en punto flotante IEEE 754: épsilon de máquina, desbordamiento, subdesbordamiento y modos de redondeo - Errores de redondeo, cancelación catastrófica y pérdida de significado - Análisis de error directo e inverso; número de condición de un problema - Estabilidad numérica: algoritmos estables vs. inestables; análisis de error inverso de Wilkinson - Propagación de errores en operaciones aritméticas y evaluación de funciones	- Explicar el estándar IEEE 754 de punto flotante e identificar las fuentes de errores de redondeo y cancelación [Familiarizarse] - Estimar el número de condición de un problema y predecir la precisión de un resultado numérico [Usar] - Analizar un algoritmo para determinar su estabilidad numérica usando cotas de error directo e inverso [Evaluar]
Lecturas : [ChapraCanale2015], [BurdenFaires2010]	

Unidad 2: Búsqueda de Raíces de Ecuaciones No Lineales (10 horas)	
Resultados esperados: AG-C08,AG-C11	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
- Método de bisección: acotamiento del intervalo, criterio de parada y cota del error - Método de Newton-Raphson: derivación, convergencia cuadrática y casos de falla - Método de la secante como alternativa al método de Newton sin derivada explícita - Orden de convergencia y comparación de la eficiencia entre métodos iterativos - Extensión del método de Newton a sistemas de ecuaciones no lineales mediante la matriz Jacobiana, base de solucionadores en aprendizaje automático	- Comparar las garantías de convergencia de los métodos de bisección, Newton-Raphson y secante [Familiarizarse] - Implementar el método de Newton-Raphson para aproximar raíces de una función no lineal [Usar] - Analizar el orden de convergencia de un método iterativo y justificar su elección según el costo computacional [Evaluar]
Lecturas : [ChapraCanale2015], [BurdenFaires2010]	

Unidad 3: Teoría de Aproximación e Interpolación (10 horas)	
Resultados esperados: AG-C08,AG-C11	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
- Interpolación polinomial: Lagrange, diferencias divididas de Newton y fenómeno de Runge - Interpolación por splines: splines cúbicos, B-splines y métodos de funciones polinómicas a trozos - Mejor aproximación en espacios normados: Chebyshev (minimax) y mínimos cuadrados - Polinomios de Chebyshev: propiedades, ortogonalidad y convergencia espectral - Aproximación trigonométrica y transformada rápida de Fourier (FFT)	- Explicar el fenómeno de Runge y justificar la elección de nodos de Chebyshev para mitigarlo [Familiarizarse] - Construir interpolantes por splines cúbicos y de Chebyshev para datos dados y estimar el error de interpolación [Usar] - Aplicar la FFT para calcular eficientemente aproximaciones trigonométricas de una función muestreada [Evaluar]
Lecturas : [ChapraCanale2015], [BurdenFaires2010]	

Unidad 4: Integración Numérica y Cuadratura (10 horas)	
Resultados esperados: AG-C08,AG-C11	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
- Reglas de Newton-Cotes: trapezoidal, Simpson y reglas compuestas; análisis de error - Cuadratura adaptativa y control automático del error - Cuadratura gaussiana: nodos y pesos óptimos, conexión con polinomios ortogonales - Tratamiento numérico de integrales impropias y singulares - Integración de Monte Carlo y métodos cuasi-Monte Carlo para integrales de alta dimensión	- Derivar la fórmula de error para la regla compuesta de Simpson e identificar su orden de precisión [Familiarizarse] - Seleccionar y aplicar una regla de cuadratura apropiada (Gaussiana, adaptativa) según la regularidad del integrando [Usar] - Aplicar integración de Monte Carlo para estimar integrales de alta dimensión y cuantificar el error estadístico [Evaluar]
Lecturas : [ChapraCanale2015], [BurdenFaires2010]	

Unidad 5: Métodos Numéricos para Ecuaciones Diferenciales (12 horas)	
Resultados esperados: AG-C08,AG-C11	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
- Métodos de Runge-Kutta: Euler, RK4 y métodos embebidos para control de errores - Métodos de pasos múltiples: Adams-Bashforth, Adams-Moulton y métodos BDF - Análisis de estabilidad: cero-estabilidad, regiones de estabilidad absoluta y EDOs rígidas - Métodos de diferencias finitas para EDPs parabólicas y elípticas: estabilidad y convergencia	- Comparar solucionadores de EDOs explícitos e implícitos y explicar su estabilidad relativa para problemas rígidos [Familiarizarse] - Implementar un método de Runge-Kutta con control adaptativo del paso y aplicarlo a un sistema de EDOs [Usar] - Analizar la estabilidad y convergencia de un esquema de diferencias finitas para una EDP parabólica [Evaluar]
Lecturas : [ChapraCanale2015], [BurdenFaires2010]	

Unidad 6: Álgebra Lineal Numérica (12 horas)	
Resultados esperados: AG-C08,AG-C11	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
- Eliminación gaussiana con pivoteo parcial, factorización LU y análisis de complejidad - Factorización QR vía Householder y Gram-Schmidt; problemas de mínimos cuadrados - Algoritmos de valores propios: iteración de la potencia, algoritmo QR y el método de Lanczos - Descomposición en valores singulares: cálculo, truncamiento y aplicaciones (ACP, pseudoinversa) - Métodos iterativos para sistemas dispersos grandes: GC, GMRES y preconditionamiento	- Comparar solucionadores directos e iterativos y seleccionar el método adecuado para una estructura matricial dada [Familiarizarse] - Aplicar la factorización QR y la SVD para resolver problemas de mínimos cuadrados y calcular aproximaciones de bajo rango [Usar] - Analizar la estabilidad numérica y el costo computacional de los algoritmos de valores propios [Evaluar]
Lecturas : [BurdenFaires2010], [TrefethenBau1997]	

Unidad 7: Método de Elementos Finitos (8 horas)	
Resultados esperados: AG-C08,AG-C09	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
■ Formulación débil (variacional) de problemas de valor en la frontera y espacios de Sobolev ■ Método de Galerkin: espacios de aproximación de dimensión finita y matriz de rigidez ■ Espacios de elementos finitos triangulares y cuadriláteros: elementos de Lagrange y conformidad ■ Estimaciones de error a priori: lema de Céa y cotas de error de interpolación ■ Estimaciones de error a posteriori y refinamiento adaptativo de malla	■ Derivar la formulación débil de un PVE elíptico y mostrar su equivalencia con la forma fuerte [Familiarizarse] ■ Ensamblar la matriz de rigidez global y el vector de carga para una discretización lineal por elementos finitos [Usar] ■ Estimar el error en H^1 de una solución por elementos finitos usando el lema de Céa y la teoría de interpolación [Evaluar]
Lecturas : [ReddyFEM2019], [BurdenFaires2010]	

Unidad 8: Algoritmos de Optimización (4 horas)	
Resultados esperados: AG-C09,AG-C11	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
■ Descenso de gradiente y métodos de búsqueda lineal: condiciones de Armijo-Wolfe y tasas de convergencia ■ Método de Newton y métodos cuasi-Newton (BFGS, L-BFGS) ■ Optimización con restricciones: condiciones KKT, métodos de penalización y programación cuadrática secuencial ■ Algoritmos de optimización convexa: métodos de punto interior y ADMM ■ Descenso de gradiente estocástico (SGD), reducción de varianza y el optimizador Adam	■ Explicar las garantías de convergencia del descenso de gradiente para funciones convexas suaves [Familiarizarse] ■ Aplicar los métodos de Newton y cuasi-Newton a problemas de optimización sin restricciones [Usar] ■ Formular un problema de optimización con restricciones como un sistema KKT y aplicar un método de punto interior [Evaluar]
Lecturas : [NocedalWright2006]	

Unidad 9: Computación Paralela y de Alto Rendimiento (4 horas)	
Resultados esperados: AG-C11	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
■ Arquitecturas paralelas: memoria compartida (OpenMP), memoria distribuida (MPI) y GPU (CUDA) ■ Modelos de rendimiento: ley de Amdahl, modelo de línea techada y complejidad de comunicación ■ Algoritmos paralelos para álgebra lineal densa y dispersa (ScaLAPACK, PETSc) ■ Descomposición de dominio y solucionadores paralelos de EDPs ■ Diferenciación automática (modo directo y reverso) y su rol en ML científico	■ Explicar la ley de Amdahl e identificar los cuellos de botella que limitan la aceleración paralela en un algoritmo dado [Familiarizarse] ■ Implementar una rutina paralela de álgebra lineal usando MPI o OpenMP y medir la eficiencia paralela [Usar] ■ Aplicar diferenciación automática para calcular gradientes de funciones científicas complejas con fines de optimización [Evaluar]
Lecturas : [PachecoMalensek2022]	

Unidad 10: Teoría de Grafos (4 horas)	
Resultados esperados: AG-C08	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
■ Grafos: definiciones, isomorfismo, sucesiones de grafos, árboles y árboles de expansión ■ Conectividad, Teorema de Menger y flujos en redes (flujo máximo-corte mínimo) ■ Emparejamientos (Teorema de Hall), coloraciones de grafos y el polinomio cromático ■ Grafos planos, fórmula de Euler, Teorema de Kuratowski y el teorema de los cuatro colores ■ Matrices de adyacencia y laplaciana, valores propios y grafos expansores	■ Identificar propiedades estructurales de grafos (conectividad, planaridad, bipartición) y aplicar la fórmula de Euler [Familiarizarse] ■ Aplicar el Teorema de Hall y algoritmos de flujo en redes a problemas de emparejamiento y enrutamiento [Usar] ■ Analizar el espectro de un grafo para acotar su número cromático y sus propiedades de conectividad [Evaluar]
Lecturas : [West2001]	

Unidad 11: Análisis de Series Temporales (2 horas)	
Resultados esperados: AG-C08, AG-C11	
Temas	Aprendizaje esperado (<i>Learning Outcomes</i>)
■ Estacionariedad, función de autocovarianza y función de autocorrelación (ACF) ■ Modelos ARMA: identificación, estimación (Yule-Walker, MLE) y diagnóstico ■ Densidad espectral, el periodograma y el teorema de Wiener-Khinchin ■ Modelos de espacio de estados y el filtro de Kalman ■ Modelos ARIMA, ajuste estacional y predicción a múltiples pasos	■ Identificar la estacionariedad y determinar el orden de un modelo ARMA a partir de gráficos ACF y PACF [Familiarizarse] ■ Ajustar modelos ARIMA a datos de series temporales, validar residuos y producir predicciones [Usar] ■ Aplicar el filtro de Kalman para estimar estados ocultos en un modelo lineal gaussiano de espacio de estados [Evaluar]
Lecturas : [ShumwayStoffer2017]	

8. PLAN DE TRABAJO

8.1 Metodología

Se fomenta la participación individual y en equipo para exponer sus ideas, motivándolos con puntos adicionales en las diferentes etapas de la evaluación del curso.

8.2 Sesiones Teóricas

Las sesiones de teoría se llevan a cabo en clases magistrales donde se realizarán actividades que propicien un aprendizaje activo, con dinámicas que permitan a los estudiantes interiorizar los conceptos.

8.3 Sesiones Prácticas

Las sesiones prácticas se llevan en clase donde se desarrollan una serie de ejercicios y/o conceptos prácticos mediante planteamiento de problemas, la resolución de problemas, ejercicios puntuales y/o en contextos aplicativos.

9. SISTEMA DE EVALUACIÓN

Sesiones Teóricas:

Las sesiones de teoría se llevan a cabo en clases magistrales donde se realizarán actividades que propicien un aprendizaje activo, con dinámicas que permitan a los estudiantes interiorizar los conceptos.

Sesiones de Laboratorio:

Para verificar que los alumnos hayan alcanzado el logro planteado para cada una de las unidades de aprendizaje, realizarán actividades que les permita aplicar los conocimientos adquiridos durante las sesiones de teoría y se les propondrá retos que permitan evaluar el desempeño de los alumnos.

Exposiciones individuales o grupales:

Se fomenta la participación individual y en equipo para exponer sus ideas, motivándolos con puntos adicionales en las diferentes etapas de la evaluación del curso.

Lecturas:

A lo largo del curso se proporcionan diferentes lecturas, las cuales podrían ser evaluadas. El uso de herramientas Online permite a cada estudiante acceder a la información del curso, e interactuar fuera de aula con el profesor y con los otros estudiantes.

La nota final NF depende de de las siguientes notas:

- EP : Examen Parcial.
- EF : Examen Final.
- P : Evaluacion permanente (Promedio de prácticas y Trabajos calificados).

La nota final NF se calcula así:

$$NF = \frac{EP + EF + P}{3}$$

10. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA